

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung ([www.forschungsdaten-bildung.de](http://www.forschungsdaten-bildung.de)) im Fachportal Pädagogik ([www.fachportal-paedagogik.de](http://www.fachportal-paedagogik.de)).

## Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-1205] Unterrichtsvideo

Klasse [A15] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

### Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli. Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

[http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten\\_bildung/studie.php?studien\\_id=1](http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1)

### Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)  
Forschungsdatenzentrum Bildung  
Schloßstraße 29  
D-60486 Frankfurt am Main

[forschungsdaten-bildung@dipf.de](mailto:forschungsdaten-bildung@dipf.de)

## **Lektionsbeschreibung P-1205-1**

Zu Beginn der Stunde gibt die Lehrperson das Ziel dieser und der nächsten Lektionen bekannt. Darauf liest ein Schüler der Klasse einen Text vor, bei dem es um Feldvermessung geht. Der Bauer Albrecht soll dabei zwei seiner Felder gegen ein drittes tauschen, da die Bundesstrasse auf seinem Land vorbei führen soll. Die Klasse bespricht die Aufgabenstellung und die Lehrperson zeigt dazu die grafische Darstellung des Satzes von Pythagoras am Hellraumprojektor. In der Klasse wird anhand eines fragend- entwickelnden Lehr- und Lerngesprächs besprochen, ob dieser Feldertausch für den Bauer Albrecht lohnend sein kann. Ein Schüler schlägt vor, die Seiten der Quadrate zu messen und sie jeweils mal zu rechnen, um so die Fläche der einzelnen Quadrate zu erhalten. Die Lehrperson schreibt die Resultate an die Wandtafel. Die Lehrperson erzählt darauf der Klasse, dass der Bauer Albrecht zwei anderen Bauern von seinem Feldertausch berichtet (vgl. Piepenbrink, Grossmaul, Plattfuss). Die zwei anderen Bauern schreiben darauf dem Bürgermeister, denn sie wollen ebenso ihre Felder tauschen.

Nun gibt die Lehrperson den Schülerinnen und Schülern den Auftrag, als Bürgermeister zu entscheiden, ob sie die Felder der zwei anderen Bauern eintauschen würden oder nicht. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten zu zweit selbständig explorierend. Danach werden im öffentlichen Unterricht die Ergebnisse ausgetauscht. Die Klasse kommt darauf, dass die Gemeinde in einem Fall (stumpfwinkliges Dreieck- Verlängerung der Seite) profitieren würde und im anderen Fall (spitzwinkliges Dreieck- Verkürzung der Seite) ablehnen müssten, weil das nicht rentabel wäre. Die Lehrperson will darauf von der Klasse wissen, warum es Unterschiede gibt, obwohl die Grundflächen der zwei kleinen Quadrate identisch sind. In der Folge nennen die Schülerinnen und Schüler den Winkel, der ausschlaggebend ist für die Seite des grossen Quadrates. Später wird der Satz des Pythagoras und der rechte Winkel von einem Schüler genannt.

Darauf verteilt die Lehrperson den Schülerinnen und Schülern jeweils ein Blatt, an dessen Ecken die Schülerinnen und Schüler je ein Eselsohr machen sollen. So soll die Klasse überprüfen, ob die Behauptung stimmt, dass der Satz des Pythagoras nur in rechtwinkligen Dreiecken gilt. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten alleine. Die Berechnung der Quadratflächen von den Seiten eines Dreiecks ist den Schülerinnen und Schülern bekannt von dieser Lektion. Die Klasse arbeitet an diesem Auftrag, bis es in die Pause klingelt.

## **P-1205-2**

Zu Beginn der zweiten Stunde werden die Resultate im öffentlichen Unterricht ausgetauscht. Die Klasse kommt zur Erkenntnis, dass der Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck immer anwendbar ist. Messungengenauigkeiten müssen dabei jedoch berücksichtigt werden. Darauf macht die Lehrperson einen Rückblick auf den Stoff der letzten Stunde. Danach nehmen die Schülerinnen und Schüler ihr Theorieheft hervor und übernehmen Titel und Notizen, welche die Lehrperson an die Wandtafel schreibt, in ihr Heft.

In der nächsten öffentlichen Sequenz versucht die Klasse den Satz des Pythagoras zu versprachlichen. Die Lehrperson schreibt eine sinnvolle Formulierung an die Wandtafel, welche von den Schülerinnen und Schülern in ihr Heft übernommen wird. Darauf werden die Formel, die Formulierung des Satzes und die Verwendung der Ausdrücke Hypotenuse und Katheten im

Satz öffentlich besprochen. Als nächstes macht die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler darauf aufmerksam, dass der rechte Winkel nicht immer bei Gamma liegen muss.

In der Folge werden öffentlich vier einfache Aufgaben gelöst. Danach verteilt die Lehrperson die Hausaufgaben und leitet zu einem Beweis über. Die Beweisführung will die Lehrperson mit fünfzig Tafeln Rittersport- Schokolade führen, da sie heute Geburtstag hat. Die Schülerinnen und Schüler sollen nun mit diesen Rittersport- Tafeln ein rechtwinkliges Dreieck legen. Es startet ein lauter Tumult. Nach einer gewissen Zeit schlägt eine Schülerin die Anordnung der Schokoladen zu einer grafischen Darstellung des Satzes von Pythagoras vor. Ein Schüler sagt 25 und 25 gleich 50. Die Lösung 3 mal 3, 4 mal 4 und 5 mal 5 wird von einer Schülerin genannt. Darauf legt die Schülerin die Quadratflächen 9, 16, 25. Diese bilden die Seiten des rechtwinkligen Dreiecks. Die Lehrperson wiederholt die Erkenntnis für die ganze Klasse. Die Lösung ist gefunden und die Schokolade wird verteilt.

Zum Schluss der Stunde wiederholen die Schülerinnen und Schüler was sie heute über den Satz des Pythagoras erfahren haben und die Lehrperson verteilt die Hausaufgaben.

### **P-1205-3**

Zu Beginn dieser Stunde begrüßen die Schülerinnen und Schüler die Lehrperson und die Herren des Forschungsinstituts stellen sich vor. Da zwei Schüler in den letzten zwei Stunden nicht da waren, erklären ihnen die anderen Schülerinnen und Schüler den Satz des Pythagoras. Das fällt der Klasse etwas schwer, deshalb werden sie von der Lehrperson dabei unterstützt. Die Klasse spricht ganz kurz über den Beweis mit den Schokoladentafeln der letzten Stunde. Darauf fragt die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler, was die Eltern über den Satz des Pythagoras erzählten (Hausaufgaben) und wozu man den Satz des Pythagoras brauchen kann.

Danach verteilt eine Schülerin einen Umschlag mit Puzzleteilen an alle Schülerinnen und Schüler. Im Umschlag befinden sich zwei grosse, grüne Dreiecke und zwei kleine, gelbe Dreiecke, sowie ein rotes und ein blaues Quadrat. Dazu erhalten die Schülerinnen und Schüler ein Arbeitsblatt, auf dem der Satz des Pythagoras grafisch dargestellt ist. Nun sollen die Schülerinnen und Schüler die Fläche  $c^2$  mit Puzzleteilen so darstellen, dass sich beweisen lässt  $a^2 + b^2 = c^2$ . Die Schülerinnen und Schüler arbeiten in Vierergruppen. Sie folgen dabei den Arbeitsanweisungen des Arbeitsblattes. Sie bearbeiten selbständig explorierend den Zerlegungsbeweis. Nach etwas mehr als zehn Minuten unterbricht die Lehrperson die Schülerarbeitsphase und gibt den Schülerinnen und Schülern den Auftrag, die Zusammensetzung der Puzzleteile mit Bleistift auf ihr Arbeitsblatt zu übernehmen und das ganze zu Hause auszumalen. Darauf machen die Schülerinnen und Schüler ihre Arbeit so weit fertig. Nach einiger Zeit unterbricht die Lehrperson von Neuem, da die Arbeitsschritte klar sind, wird diese Arbeit als Hausaufgabe fertig gemacht.

Nun erzählt die Lehrperson kurz etwas über Pythagoras und macht darauf die Schülerinnen und Schüler auf das rechtwinklige Dreieck und den Titel "Rechnen mit Pythagoras" (an der Wandtafel) aufmerksam. Gemeinsam sucht die Klasse nun den Lösungsweg und die Berechnung der längsten Seite eines rechtwinkligen Dreiecks. Das machen sie mit dem Zahlenbeispiel, welches von der Lehrperson zuvor an der Wandtafel notiert wurde. Darauf bespricht die Klasse, dass der Satz des Pythagoras die Berechnung von Strecken ermöglicht. Als nächstes Beispiel berechnet die Klasse die Diagonale eines Schrankes, um heraus zu finden, ob er durch die Zimmertür passt oder nicht. Dabei wird der Lösungsweg in der Klasse besprochen und die

Schülerinnen und Schüler berechnen die Diagonale in Einzelarbeit. Dieser Auftrag ist für die Schülerinnen und Schüler einfach lösbar, da sie wissen wie eine Hypotenuse berechnet wird. Das Resultat wird im öffentlichen Unterricht besprochen. Danach legt die Lehrperson eine Folie auf den Hellraumprojektor. Auf dieser Folie geht es um die Berechnung der Hypotenuse, was den Schülerinnen und Schülern bereits bekannt ist. Die erste Aufgabe wird dabei von der ganzen Klasse gemeinsam gelöst. Für die zweite Aufgabe gibt die Lehrperson den Auftrag, die Skizze ins Heft zu übernehmen und die Hypotenuse zu berechnen. Sobald die Schülerinnen und Schüler mit der Berechnung fertig sind, gibt die Lehrperson zwei weitere Aufgaben auf. Auch diese zwei Skizzen werden von den Schülerinnen und Schülern in ihr Heft übernommen und die Hypotenuse berechnet. Zum Schluss der Stunde gibt die Lehrperson die Hausaufgaben auf.

### **Inszenierungsform**

In der ersten Stunde wird der Satz des Pythagoras problemorientiert bearbeitet. Dabei spielt das fragend- entwickelnde Lehr- und Lerngespräch eine Rolle. Besonders in der ersten und der dritten Stunde findet ein vielseitiger Wechsel zwischen öffentlichem Unterricht und Schülerarbeitsphasen (Einzelarbeit, Partnerarbeit, Gruppenarbeit) statt.

### **Rolle der Schülerinnen und Schüler**

In Partner- und Gruppenarbeitsphasen arbeiten die Schülerinnen und Schüler vor allem selbständig entdeckend oder explorierend. In Einzelarbeitsphasen übernehmen sie Anschriften der Wandtafel oder üben bereits bekannte Prozeduren. Teilweise haben sie auch die Möglichkeit Wissen selbständig zu entdecken. Die Schülerinnen und Schüler leisten einige Beiträge.

### **Rolle der Lehrperson**

Die Lehrperson arbeitet auffallend mit Lob im öffentlichen Unterricht. Neben dem Lob fordert die Lehrperson die Klasse verschiedentlich explizit auf, sich genügend am mündlichen Unterricht zu beteiligen. Die Lehrperson begleitet die Schülerinnen und Schüler in Schülerarbeitsphasen . Der Unterricht ist klar strukturiert, dabei baut ein Lernschritt auf dem anderen auf. Das Arbeitstempo ist den Schülerinnen und Schülern angepasst und sie sind nicht überfordert.