

Mit freundlicher Genehmigung der Studienverantwortlichen, bereitgestellt vom Deutschen Institut für Internationale Pädagogische Forschung über das Forschungsdatenzentrum Bildung (www.forschungsdaten-bildung.de) im Fachportal Pädagogik (www.fachportal-paedagogik.de).

Lektionsbeschreibung aus der Studie „Pythagoras: Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“

Download Lektionsbeschreibung [P-2202] Unterrichtsvideo

Klasse [B17] zur Unterrichtseinheit [Satz des Pythagoras] Lektion [1, 2, 3] in der Unterrichtssituation [Klassenunterricht]

Hinweis zum Urheberrecht

Diese Lektionsbeschreibung unterliegt dem Urheberrecht. Mit seiner Verwendung erkennen Sie dies an und verpflichten sich, das Urheberrecht zu wahren, indem Sie den/die Urheber/in entsprechend den wissenschaftlichen Gepflogenheiten nennen bzw. die Quelle zitieren, auf die Sie sich beziehen.

Die Zitation sollte folgende Angaben enthalten:

- (1) Urheber der Studie / der Daten und Materialien / des Erhebungsinstruments
- (2) Titel der Studie
- (3) Erhebungszeitraum der Daten / Laufzeit der Studie
- (4) Datentyp (Video- / Audiodatei / Transkript / Lektionsbeschreibung / Basiscodierung)
- (5) Anbieter (Forschungsdatenzentrum Bildung am DIPF, Frankfurt)
- (6) Datum der Bereitstellung
- (7) Version – sofern vorhanden
- (8) Persistent Identifier (DOI oder URN) – sofern vorhanden

Urheber der Studie sind: Prof. Dr. Eckhard Klieme, Prof. Dr. Kurt Reusser, PD Dr. Christine Pauli. Zitationsrelevante Angaben, studienbezogene Publikationen sowie weitere verfügbare Materialien sind in der Übersicht zur Studie zu finden:

http://www.fachportal-paedagogik.de/forschungsdaten_bildung/studie.php?studien_id=1

Kontakt

Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF)
Forschungsdatenzentrum Bildung
Schloßstraße 29
D-60486 Frankfurt am Main

forschungsdaten-bildung@dipf.de

Lektionsbeschreibung P-2202-1

Zu Beginn dieser Pythagorasreihe begrüsst die Lehrperson die Klasse und stellt das Filmteam vor. Dann werden die Pulte verschoben. Danach korrigiert die Klasse die Hausaufgaben am Hellraumprojektor und die Lehrperson zeigt einen Lösungsweg zu den Hausaufgaben an diesem auf.

Darauf zeichnet die Lehrperson ein Haus an die Wandtafel. Das ist der Beginn einer problemorientierten Aufgabenstellung. An der Hauswand wird eine Leiter angestellt. Die Frage ist nun wie lange die Leiter sein muss, wenn die Höhe der Hauswand und der Abstand von der Leiter zur Hauswand bekannt ist. Die Lehrperson fordert die Schülerinnen und Schüler auf, die Masse zu schätzen. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten zu zweit selbständig entdeckend. Nach einer kurzen Schülerarbeitsphase werden die Ergebnisse im öffentlichen Unterricht zusammengetragen. Dabei schreibt die Lehrperson vier Ergebnisse der Schülerinnen und Schüler an die Wandtafel und stellt danach **Pythagoras und die Formel $a^2 + b^2 = c^2$** vor. Dabei weist die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler darauf hin, dass c immer die längste Seite ist und dass es sich bei der Anwendung des Satzes von Pythagoras immer um ein rechtwinkliges Dreieck handeln muss. Darauf bezeichnet sie die Seiten des an der Wandtafel vorgegebenen Dreiecks (Haushöhe, Abstand, Leiter) mit den entsprechenden Buchstaben und gibt den Schülerinnen und Schülern den Auftrag, die Seite c (Leiter) zu berechnen. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten zu zweit. Die Aufgabe ist anspruchsvoll, da die Klasse c bisher noch nicht berechnet hat. Nach einer kurzen Schülerarbeitsphase nennt eine Schülerin das Ergebnis und die Lehrperson zeigt der Klasse den Lösungsweg vor. Darauf gibt die Lehrperson die Anweisung, die Zeichnung und die Anschrift der Wandtafel ins Übungsheft zu übernehmen.

Während der Schülerarbeitsphase zeichnet die Lehrperson zwei weitere rechtwinklige Dreiecke an die Wandtafel und schreibt dazu jeweils die Masse der zwei kürzeren Seiten. Wer mit Abschreiben fertig ist, berechnet darauf die zwei fehlenden Seiten. Da die Schülerinnen und Schüler nun bereits wissen wie das geht, sind diese Aufgaben repetitiv, also einfach. Die Ergebnisse werden gemeinsam kontrolliert.

Darauf leitet die Lehrperson über zur **Beweisführung des Ergänzungsbeweises**. Dieser wird in kleinen Schritten aufgebaut. Auf die Wandtafel ist die grafische Darstellung des Satzes von Pythagoras gezeichnet. Nun bezeichnet die Klasse zuerst den jeweiligen Flächeninhalt der entsprechenden Quadrate über den Seiten. Darauf weist die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler an, die auf den Pulten bereitliegenden blauen und gelben Blätter zu nehmen und die darauf kopierten Figuren auszuschneiden, um sie nachher zur grafischen Darstellung des Satzes von Pythagoras zu ordnen. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten dazu alleine. Darauf möchte die Lehrperson eine einfache Beweisführung mit der Klasse entwickeln, wozu die Puzzleteile von Nöten wären. Da die Schülerinnen und Schüler aber keine Vorschläge bringen, leitet die Lehrperson die Schülerinnen und Schüler an, die Seiten ihrer Dreiecke zu messen und die Flächen mit dem Taschenrechner zu berechnen. Dazu arbeiten die Schülerinnen und Schüler alleine, selbständig entdeckend. Nach der Schülerarbeitsphase nennen die Schülerinnen und Schüler die Ergebnisse. Die Lehrperson äussert darauf, dass $a^2 + b^2 = c^2$ nicht nur rechnerisch, sondern auch **geometrisch überprüft** werden kann. Die Schülerinnen und Schüler sollen darauf a^2 , b^2 so zerschneiden, das sie c^2 bilden. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten dazu zu zweit selbständig entdeckend. Während der Schülerarbeitsphase geht die Lehrperson herum und kontrolliert die Resultate. Mit der Bemerkung, dass es hier viele Lösungen gibt, die alle richtig

sind, leitet die Lehrperson zur nächsten Aufgabenstellung über. Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler mit ihren farbigen Formen am Platz die Darstellung des Ergänzungsbeweises von der Wandtafel übernehmen und je eine Figur (a^2 , b^2 und vier rechtwinklige, kongruente Dreiecke oder c^2 und vier rechtwinklige, kongruente Dreiecke) darstellen. Dazu arbeiten die Schülerinnen und Schüler alleine explorierend und die Lehrperson kontrolliert das Gelegte fortlaufend. Danach werden die Darstellungen des Ergänzungsbeweises mit den Buchstaben richtig beschriftet und die Lehrperson gibt der Klasse den Auftrag, die jeweiligen Flächen ihrer Darstellung zu berechnen. (Als Grundlage dazu dient die Bezeichnung mit Buchstaben). Danach gongt es in die Pause. Nach der Pause wird an der Beweisführung weiter gearbeitet.

P-2202-2

Die Lehrperson gibt zu Beginn dieser Stunde die Anweisung jeweils beide Teilflächen des Ergänzungsbeweises als Formel aufzuschreiben (a^2 , b^2 und vier rechtwinklige, kongruente Dreiecke / c^2 und vier rechtwinklige, kongruente Dreiecke). Die Schülerinnen und Schüler arbeiten alleine, selbständig entdeckend. In der Klasse werden danach die Ergebnisse zusammengetragen und der Lösungsweg nachvollzogen. Darauf werden die Formeln gleichgesetzt und gekürzt, so dass $a^2 + b^2 = c^2$ übrig bleibt. Die Lehrperson sagt der Klasse, dass dies für alle rechtwinkligen Dreiecke gilt.

Darauf nehmen die Schülerinnen und Schüler ihr Aufgabenbuch hervor und die Lehrperson erklärt der Klasse, was die Ausdrücke Hypotenuse und Katheten bedeuten, um die folgenden Aufgaben zu lösen und gibt der Klasse noch einige Hinweise, um in Einzelarbeit elf Aufgaben zu berechnen. Darauf arbeiten die Schülerinnen und Schüler alleine. Die Aufgaben sind den bereits gelösten ähnlich. Es geht dabei um die Berechnung der Hypotenuse und der Bestätigung der Formel in rechtwinkligen Dreiecken. Wer die Aufgaben fertig gelöst hat, bekommt den Auftrag ein Aufgabe, die vorne an der Wandtafel steht, zu lösen. Es geht dabei um die Berechnung einer Kathete. Der Lösungsweg steht dabei im Vordergrund.

Darauf unterbricht die Lehrperson die Schülerarbeit und gemeinsam bespricht die Klasse den Lösungsweg und die Lehrperson schreibt diesen für die Aufgabe (Kathetenberechnung) an die Wandtafel. Dabei wird die Formel aufgestellt, gleichgesetzt, aufgelöst und das Ergebnis gemeinsam in der Klasse berechnet. Danach gibt die Lehrperson weitere vier Aufgaben auf, die in Einzelarbeit berechnet werden. Bei diesen Aufgaben geht es, wie vorher im Unterricht besprochen, um die Berechnung der Katheten. Die Aufgabenstellung ist bekannt und kann deshalb als repetitiv bezeichnet werden. Zum Schluss der Stunde gibt die Lehrperson die Hausaufgaben auf.

P-2202-3

Zu Beginn dieser Stunde werden die Hausaufgaben korrigiert. Dazu werden sie in der Bank ausgetauscht und die Ergebnisse werden korrigiert, währenddem die Lehrperson diese vorliest. Eine Aufgabe der Hausaufgaben wird gemeinsam gelöst.

Darauf nehmen die Schülerinnen und Schüler ihr Theorieheft hervor. Die Lehrperson schreibt die Formel des Pythagoras ($a^2 + b^2 = c^2$) und deren Umformung ($a^2 = c^2 - b^2$) an die Wandtafel und erklärt den Schülerinnen und Schülern das Wurzelziehen noch einmal. Am Hellraumprojektor steht der Titel "Satz des Pythagoras" und dazu ist die grafische Darstellung des Satzes von

Pythagoras dargestellt. Zudem verteilt die Lehrperson ein Merkblatt, zu einem vorhergehenden Thema, das die Schülerinnen und Schüler zuerst in ihr Heft einkleben. Darauf machen die Schülerinnen und Schüler einen Theoriehefteintrag. Währenddem erklärt die Lehrperson einer Schülerin die krank war, den behandelten Stoff. Während der Stillarbeit nennt die Lehrperson neun Aufgaben, die nach Beendigung des Eintrags gemacht werden können. Die Aufgaben sind mehrschrittig und anspruchsvoll. Es handelt sich dabei um die Berechnung von Diagonalen bei Rechtecken und Quadraten, um die Berechnung von Rechtecks- und Quadratseiten, um die Berechnung der Höhe von gleichseitigen Dreiecken und mehrschrittigen Aufgaben mit einem Bezug zur Praxis. Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten diese Aufgaben in Einzelarbeit. Während der Stillarbeitsphase notiert die Lehrperson eine weitere Aufgabe an die Wandtafel. Der Auftrag dabei ist, pythagoräische Zahlentripel zu finden. Eine Hilfestellung wird mit vier Teilaufgaben geboten. Auch diese Aufgaben sind mehrschrittig und anspruchsvoll. Darauf unterbricht die Lehrperson die Stillarbeit und erklärt das Vorgehen bei einer Aufgabe, weil bei deren Bearbeitung Probleme auftraten. Danach gibt die Lehrperson die neue Aufgabe an der Wandtafel in Auftrag.

Die Schülerinnen und Schüler arbeiten weiter in Einzelarbeit. Am Ende der Stunde wird über die Hausaufgaben gesprochen.

Inszenierungsform

Regel Sozialformenwechsl in der ersten Lektion. Die Lehrperson lässt den Schülerinnen und Schülern wenig Zeit für eigene Denkarbeit, obwohl problemorientiert gearbeitet wird. In der zweiten Lektion wird in Schülerarbeitsphasen entdeckend gearbeitet, sowie gemeinsam erarbeitete Prozeduren nachvollzogen. In der dritten Lektion arbeiten die Schülerinnen und Schüler vor allem in Einzelarbeit. Dabei wird der Schwierigkeitsgrad der Aufgabenstellungen über die drei Lektionen sukzessive aufgebaut.

Rolle der Lehrperson

Der Unterricht ist klar strukturiert. In der ersten Lektion vielleicht fast zu stark, so dass der Lehrkraft kaum Zeit bleibt, auf die Mitbeteiligung der Schülerinnen und Schüler zu warten. Ein angenehmer Wechsel zwischen Schülerarbeit und öffentlichem Unterricht findet in allen Lektionen statt. Die Lehrperson nimmt Probleme die sich in Schülerarbeitsphasen ergeben auf und behandelt sie im öffentlichen Unterricht. Die Lehrperson erklärt einer Schülerin die fehlte den verpassten Unterrichtsstoff. Die Lehrperson unterstützt die Schülerinnen und Schüler in Schülerarbeitsphasen, wenn nötig.

Rolle der Schülerinnen und Schüler

In der ersten Lektion wirken die Schülerinnen und Schüler im öffentlichen Unterricht sehr zurückhaltend. Dementsprechend leisten sie auch keine zentralen oder wichtigen Beiträge. In der zweiten Lektion können die Schülerinnen und Schüler gemeinsam erarbeitete Prozeduren nachvollziehen und üben, aber auch eigene Denkleistungen sind möglich (in einer selbständig entdeckenden Phase). Die Schülerinnen und Schüler leisten einige wichtige Beiträge. In der dritten Lektion arbeiten die Schülerinnen und Schüler v.a. in Einzelarbeit. Die Aufgaben sind zum grössten Teil anspruchsvoll. In Schülerarbeitsphasen arbeitet die Klasse sehr ruhig, konzentriert und speditiv. Im mündlichen Unterricht wirkt die Klasse eher passiv.